(Olimpíada Internacional de Física) Uma pequena bola com massa M = 0,2 kg repousa sobre uma coluna vertical com h = 5m. Uma bala de revólver com m = 0,01 kg, movendo-se com velocidade v_0 = 500 m/s, passa horizontalmente através do centro da bala (Fig. 1). A bola atinge o solo a uma distância s = 20 m.

a) Onde a bala atinge o solo?

b) Qual parte (percentual) da energia cinética da bala foi convertida em calor quando a bala passou pela bola?

Desconsidere a resistência do ar. Assuma que g = 10 m/s^2.

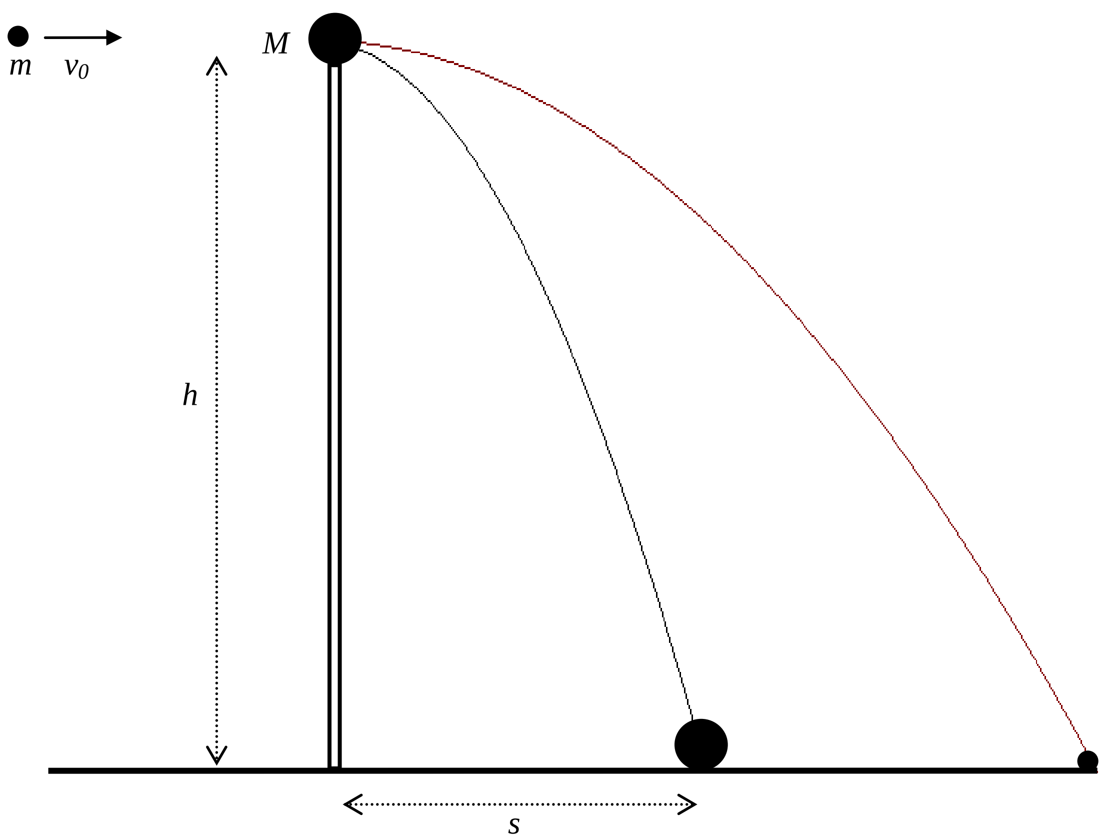
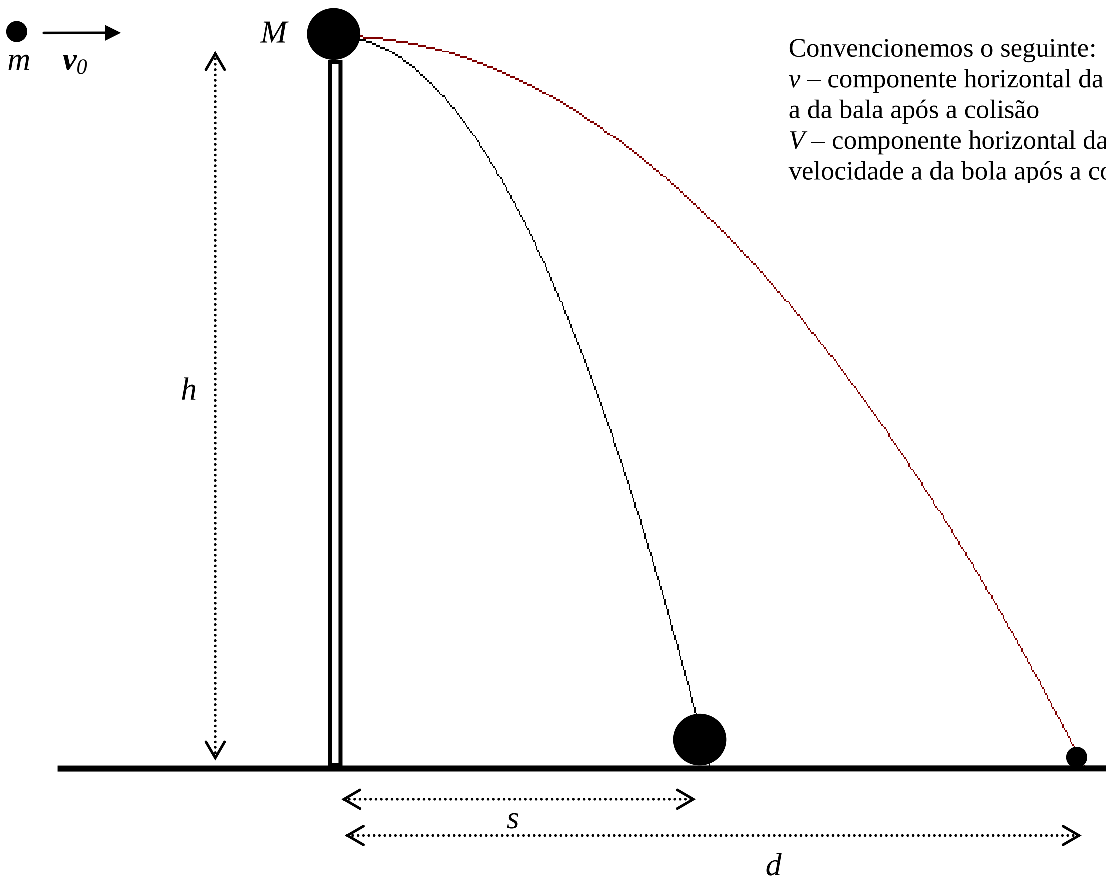


Fig. 1

Resolução comentada:



Convencionemos o seguinte:
v – componente horizontal da velocidade a da bala após a colisão
V – componente horizontal da velocidade a da bola após a colisão

Fig. 2

a) *Cálculo de* ***d***:

1) Observe que, na Fig. 2, convencionamos chamar *d* a distância percorrida pela bala. Isto facilita mantermos em mente o que temos como dados e o que procuramos com a resolução da questão. De certa forma, Fig. 2 nos guiará o raciocínio a fim de não nos perdermos no percurso.

Pois bem, do ponto de vista conceitual, cumpre-nos responder a princípio a seguinte pergunta: Qual a relação entre a componente horizontal do momento deste sistema (σ) **bola** + **bala** antes e depois da colisão? Percebendo que nenhuma força horizontal age sobe (σ), respondemos que a componente horizontal do momento deste sistema(σ) deve ser a mesma antes e depois da colisão.

Portanto, isto nos permite equacionar estas primeiras conclusões do seguinte modo:

$$mv_0 = mv + MV. \quad (1)$$

Sendo assim, podemos escrever:

$$v = v_0 - \frac{M}{m}V. \quad (2)$$

2) Em seguida, as perguntas que devemos fazer, cuja resposta deriva diretamente do enunciado do problema, seriam as seguintes? i) As velocidades *v* e *V* são iguais? ii) Ou *v* é maior do que *V*? iii) Ou *v* é menor do que *V*? Como o enunciado do problema deixa claro, podemos afirmar com certeza que:

$$v > V. \quad (3)$$

Você seria capaz de dizer por quê?

3) Por conseguinte, após a colisão, tanto a bola quanto a bala continuam um movimento livre no campo gravitacional com as velocidades iniciais v e V, respectivamente, como convencionamos. Isto nos permitirá concluir que o movimento da bola e o da bala são continuados pelo mesmo tempo que pode ser calculado a partir da relação $h = f(t, g)$, $h \propto t$, lembrando que g é constante, dada pela expressão:

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad (4)$$

que nos leva ao tempo de queda livre a partir da altura *h*:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (5)$$

4) As distâncias percorridas pela bola e pela bala durante o tempo *t*, serão, respectivamente:

$$s = Vt \quad (6) \quad \text{e} \quad d = vt. \quad (7)$$

Então, (5) e (6) nos fornecem:

$$V = s\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (8)$$

Portanto, levando (8) em (2), ou seja, em $v = v_0 - \frac{M}{m}V$, teremos:

$$v = v_0 - \frac{M}{m}s\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (9)$$

Por fim, como queremos determinar *d*, obtemos de (7), (9) e (5):

$$d = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m}s. \quad (10)$$

Assim, chegamos à determinação de *d* com base nos dados do enunciado:

$$d = 500\sqrt{\frac{2.5}{10}} - \frac{0,2}{0,01} \times 20$$

$\therefore$ d = 100 m.

Na busca do valor de *d*, trabalhamos as expressões matemáticas dos conceitos físicos de modo a conseguir uma expressão de *d* em função dos dados do problema. Mantendo sempre em mente o que tínhamos como **dados** e onde queríamos chegar, fomos desenvolvendo nosso raciocínio passo a passo até conseguir determinar $d = f(v_0, h, M, m, s, g)$.

b) Cálculo de ***p***:

Partimos do princípio de que a energia cinética total do sistema era igual à energia cinética inicial da bala (por que?). Logo, podemos escrever que:

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2} \text{. (11)}$$

Imediatamente após a colisão, a energia cinética total do sistema é igual à soma da energia cinética da **bala** e a da **bola**, permitindo-nos equacionar $E_m + E_M$, onde:

$$E_m = \frac{mv^2}{2} \text{, (12)} \qquad E_M = \frac{MV^2}{2} \text{. (13)}$$

Segue-se que suas diferenças, ΔE, convertida em calor, foi:

$$\Delta E = E_0 - (E_m + E_M) \text{. (14)}$$

Deste modo, foi a seguinte parte *p* da energia cinética da bala que foi convertida em calor:

$$p = \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{E_0 - (E_m + E_M)}{E_0} = 1 - \frac{E_m + E_M}{E_0} \text{. (15)}$$

Usando os resultados anteriores para energias e velocidades conseguidos em (a), chegamos a determinar $p = f(v_0, h, M, m, s, g)$, que são os dados do enunciado do problema, obtendo:

$$p = 1 - \frac{E_m + E_M}{E_0} = \frac{M}{m}\frac{s^2}{v_0^2}\frac{g}{2h}\left(2\frac{v_0}{s}\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M+m}{m}\right) \text{. (16)}$$

Levando os dados do problema em (16) e fazendo os cálculos, obtemos:

$$p = \frac{0{,}2}{0{,}01} \times \frac{20^2}{500^2} \times \frac{10}{2\times5}\left(2\,\frac{500}{20}\sqrt{\frac{2\times5}{10}} - \frac{0{,}2+0{,}01}{0{,}01}\right) = 92{,}8\%.$$

a) Onde a bala atinge o solo?
R: ***d* = 100 m**

b) Qual parte (percentual) da energia cinética da bala foi convertida em calor quando a bala passou pela bola?
R: ***p* = 92,8%**

Como este problema é um problema de olimpíada, fiz questão de dar uma solução que seja padrão, baseada no *sylabus* da competição, e em trabalhos oficiais apresentados pela comissão de elaboração das questões. Todos os conceitos físicos podem ser encontrados com abundância de detalhes nos livros do Prof. Renato Brito, *Fundamentos de Mecânica*. Aconselho a que estudem pelos dois livros do Prof. Renato Brito, que é a obra de referência de Mecânica para o seguimento IME-ITA.

Alguma correção, espero ouvir de vocês, principalmente do Prof. Renato Brito, que é nosso consultor em questões de Física.

Prof. Fabiano Ferreira
para a Comunidade Projeto IME/ITA/EN/AFA
(28/08/2011)