(**Olimpíada Internacional de Física**) Uma pequena bola com massa M = 0,2 kg repousa sobre uma coluna vertical com h = 5m. Uma bala de revólver com m = 0,01 kg, movendo-se com velocidade v_0 = 500 m/s, passa horizontalmente através do centro da bala (Fig. 1). A bola atinge o solo a uma distância s = 20 m.

a) Onde a bala atinge o solo?

b) Qual parte (percentual) da energia cinética da bala foi convertida em calor quando a bala passou pela bola?

Desconsidere a resistência do ar. Assuma que g = 10 m/s^2.

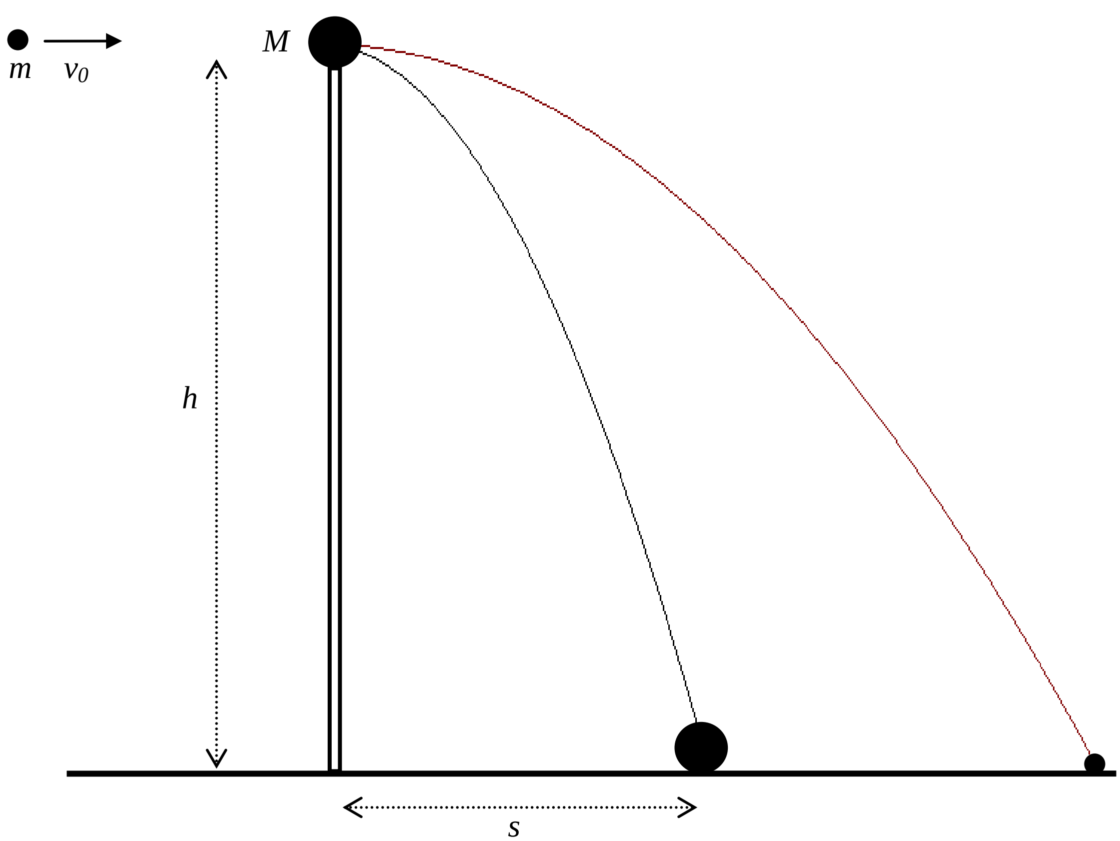
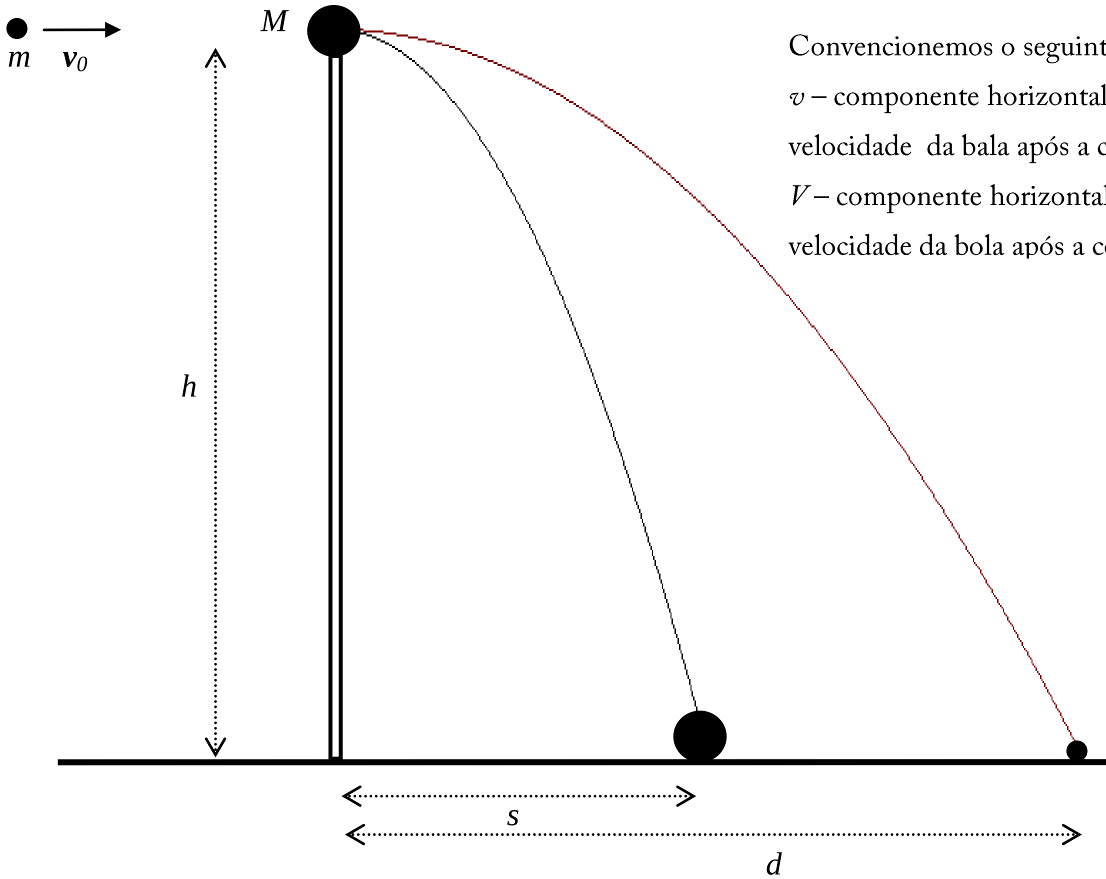


Fig. 1

Resolução comentada pelo Prof. Fabiano Ferreira:



Convencionemos o seguinte:
v – componente horizontal da velocidade da bala após a colisão
V – componente horizontal da velocidade da bola após a colisão

Fig. 2

a) *Cálculo de **d***:

1) Observe que, na Fig. 2, convencionamos chamar d a distância percorrida pela bala. Isto facilita mantermos em mente o que temos como dados e o que procuramos com a resolução da questão. De certa forma, Fig. 2 nos guiará o raciocínio a fim de não nos perdermos no percurso.

Pois bem, do ponto de vista conceitual, cumpre-nos responder a princípio a seguinte pergunta: Qual a relação entre a componente horizontal do momento deste sistema (σ) **bola** + **bala** antes e depois da colisão? Percebendo que nenhuma força horizontal age sobe (σ), respondemos que a componente horizontal do momento deste sistema (σ) deve ser a mesma antes e depois da colisão.

Portanto, isto nos permite equacionar estas primeiras conclusões do seguinte modo:

$$mv_0 = mv + MV. \quad (1)$$

Sendo assim, podemos escrever:

$$v = v_0 - \frac{M}{m}V . \quad (2)$$

2) Em seguida, as três perguntas que devemos fazer, que admitem uma única resposta correta derivada diretamente do enunciado do problema, seriam as seguintes? i) As velocidades v e V são iguais? ii) Ou v é maior do que V? iii) Ou v é menor do que V? Como o enunciado do problema deixa claro, podemos afirmar com certeza que:

$$v > V. \quad (3)$$

Você seria capaz de dizer por quê?

3) Por conseguinte, após a colisão, tanto a bola quanto a bala continuam um movimento livre no campo gravitacional com as velocidades iniciais v e V, respectivamente, como convencionamos. Isto nos permitirá concluir que o movimento da bola e o da bala são continuados pelo mesmo tempo que pode ser calculado a partir da relação $h = f(t, g)$, $h \propto t$, lembrando que g é constante, dada pela expressão:

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad (4)$$

que nos leva ao tempo de queda livre a partir da altura *h*:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (5)$$

4) As distâncias percorridas pela **bola** e pela **bala** durante o tempo *t*, serão, respectivamente:

$$s = Vt \quad (6) \quad \text{e} \quad d = vt. \quad (7)$$

Então, (5) e (6) nos fornecem:

$$V = s\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (8)$$

Portanto, levando (8) em (2), ou seja, em $v = v_0 - \frac{M}{m}V$, teremos:

$$v = v_0 - \frac{M}{m}s\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (9)$$

Por fim, como queremos determinar *d*, obtemos de (7), (9) e (5):

$$d = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m}s. \quad (10)$$

Assim, chegamos à determinação de *d* com base nos dados do enunciado:

$$d = 500\sqrt{\frac{2.5}{10}} - \frac{0,2}{0,01} \times 20$$

$$\therefore\ d = 100 \text{ m.}$$

Na busca do valor de *d*, trabalhamos as expressões matemáticas dos conceitos físicos de modo a conseguir uma expressão de *d* em função dos dados do problema. Mantendo sempre em mente o que tínhamos como **dados** e onde queríamos chegar, fomos desenvolvendo nosso raciocínio e aplicação de conceitos passo a passo até conseguir determinar $d = f(v_0, h, M, m, s, g)$.

b) Cálculo de ***p***:

Partimos do princípio de que a energia cinética total do sistema era igual à energia cinética inicial da bala (por que?). Logo, podemos escrever que:

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2}. \quad (11)$$

Imediatamente após a colisão, a energia cinética total do sistema é igual à soma da energia cinética da **bala** e a da **bola**, permitindo-nos equacionar $E_m + E_M$, onde:

$$E_m = \frac{mv^2}{2}, \ (12) \qquad E_M = \frac{MV^2}{2}. \ (13)$$

Segue-se que suas diferenças, ΔE, convertida em calor, foi:

$$\Delta E = E_0 - (E_m + E_M)\,. \quad (14)$$

Deste modo, foi a seguinte parte *p* da energia cinética da bala que foi convertida em calor:

$$p = \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{E_0 - (E_m + E_M)}{E_0} = 1 - \frac{E_m + E_M}{E_0}. \quad (15)$$

Usando os resultados anteriores para energias e velocidades conseguidos em (a), chegamos a determinar $p = f(v_0, h, M, m, s, g)$, que são os dados do enunciado do problema, obtendo:

$$p = 1 - \frac{E_m + E_M}{E_0} = \frac{M}{m}\frac{s^2}{v_0^2}\frac{g}{2h}\left(2\frac{v_0}{s}\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M+m}{m}\right). \quad (16)$$

Levando os dados do problema em (16) e fazendo os cálculos, obtemos:

$$p = \frac{0{,}2}{0{,}01}\times\frac{20^2}{500^2}\times\frac{10}{2\times 5}\left(2\frac{500}{20}\sqrt{\frac{2\times 5}{10}} - \frac{0{,}2+0{,}01}{0{,}01}\right) = 92{,}8\%.$$

a) Onde a bala atinge o solo?

R: ***d* = 100 m**

b) Qual parte (percentual) da energia cinética da bala foi convertida em calor quando a bala passou pela bola?

R: ***p* = 92,8%**

Como este problema é um problema de olimpíada, fiz questão de dar uma solução que seja padrão, baseada no *syllabus* da competição que estabelece o modo como as questões devem ser resolvidas. Também, obras de física e ensaios oficiais apresentados pelas comissões de elaboração de questões para este tipo de competição foram consultados. Todos os conceitos físicos podem ser encontrados com abundância de detalhes nos livros do Prof. Renato Brito, *Fundamentos de Mecânica*. Aconselho a que estudem pelos dois livros do Prof. Renato Brito, que é a obra de referência de Mecânica para o seguimento IME-ITA.

Alguma correção, espero ouvir de vocês, principalmente do Prof. Renato Brito, que é nosso consultor em questões de Física.

Prof. Fabiano Ferreira
para a Comunidade Projeto IME/ITA/EN/AFA
(28/08/2011)